

# МАТУРСКИ ЗАДАЦИ

2020/21. година

1. Упрости:  $\left(\frac{4(a+b)^2}{ab} - 16\right) \cdot \frac{(a+b)^2 - ab}{ab} : \frac{a^3 - b^3}{ab} = a, b \neq 0 \ a \neq b \quad \left(\frac{4(a-b)}{ab}\right)$

2. Упрости:  $\frac{1}{\frac{a}{a-2b} - \frac{2b}{a+2b}} \cdot \frac{a^2 + 4b^2}{a^2 - 4b^2} = a \neq \pm 2b \quad (1)$

3. Докажи да је за  $a, b > 0$  и  $a \neq b$   $\left(\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{ab}\right) : \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a-b}\right)^{-2} = 1$

4. Упрости:  $\left(\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{8}{x^2 + 2x}\right) \cdot \left(\frac{x-4}{2x-x^2}\right)^{-1} + \frac{x+8}{x+2} = \left(\frac{12}{x+2}\right)$

5. Упрости:  $\left(\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x - \sqrt{x}\sqrt{y}} - \frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}\sqrt{y} + 2x}{3x}\right)^{-1} = (3\sqrt{y})$

6. Упрости:  $\left(\frac{1}{m - \sqrt{mn}} + \frac{1}{m + \sqrt{mn}}\right) \cdot \frac{m^3 - n^3}{m^2 + mn + n^2} = mn > 0 \ m \neq n \quad (2)$

7. Упрости:  $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{7}-3)^3} = (0)$

8. Упрости:  $\frac{\frac{a^2 + b^2}{b} - a}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}} : \frac{a^3 + b^3}{a^2 - b^2} = a, b \neq 0 \ a \neq \pm b \quad (a)$

9. За које  $k$  једначина  $(k-2)x^2 + 2(k-2)x + 2 = 0$  нема реална решења?  $(k \in [2, 4])$

10. Нека су  $x_1$  и  $x_2$  решења једначине  $(5-x) : (x+1) = (x-1) : (x+a)$ . Одредити параметар  $a$  тако да је  $x_1^2 + x_2^2 = 26$ .  $(a \in \{-15, 5\})$

11. Одреди скуп вредности параметра  $m$  за које су решења  $x_1$  и  $x_2$  једначине  $x^2 - mx - 4m = 0$  реална, различита и за које је  $x_1^2 + x_2^2 < x_1 x_2 + 28$ .  $(m \in (0, 2))$

12. Реши неједначину:  $\frac{1-2x}{x^2-5x+6} < \frac{2}{5}$ .  $(x \in (-\infty, 2) \cup (3, \infty))$

13. Нека су  $x_1$  и  $x_2$  решења једначине  $x^2 + 5(2m-3)x + 6(m-1) = 0$ . Одреди параметар  $m$  тако да је  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{13}{6}$ .  $(m \in \left\{\frac{5}{4}, 2\right\})$

14. Дата је квадратна једначина  $x^2 - ax + a = 0$ ,  $a \neq 0$ . Ако су  $x_1$  и  $x_2$  корени дате квадратне једначине, одредити вредност реалног параметра  $a$  тако да важи  $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = 4$ .  $(-1)$

15. Реши неједначину:  $\frac{x^2 + |x-1|}{x-3} \leq x$   $(x \in \left[-\frac{1}{2}, 3\right])$

16. У једначини  $mx^2 + 3x - (4m-6) = 0$  одреди параметар  $m$  тако да једначина има корене  $x_1$  и  $x_2$  различитог знака за које је  $x_1^2 + x_2^2 = 5$ .  $(m = 3)$

17. Реши неједначину:  $\frac{-2x^2 + 8x - 2}{x - 3} \leq -3x$  ( $x \in (-\infty, -1] \cup [2, 3)$ )
18. У једначини  $x^2 - 2(m+1)x + 4m + 2 = 0$  одреди вредност параметра  $m$  тако да збир решења дате једначине буде једнак збиру њихових квадрата. ( $m \in \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$ )
19. Реши неједначину:  $\frac{|x+3|+x}{x+2} \geq 1$  ( $x \in [-5, -2) \cup [-1, \infty)$ )
20. Реши једначину:  $\log_2 \sqrt[3]{x} - \log_4 x^3 + 2 \log_8 x = \frac{3}{2}$ ,  $x > 0$  ( $\frac{1}{8}$ )
21. Реши неједначину:  $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) > -1$  ( $x \in (1, 2) \cup (3, 4)$ )
22. Реши једначину:  $\log_x 3 + \log_3 x = \log_{\sqrt{x}} 3 + \log_3 \sqrt{x} + \frac{1}{2}$  ( $x \in \left\{\frac{1}{3}, 9\right\}$ )
23. Реши једначину:  $\log_2 \log_3(2^{x^2+3x+2} + 17) = 2$  ( $x \in \{1, -4\}$ )
24. Реши неједначину:  $\log_{\frac{1}{4}}(2-x) > \log_{\frac{1}{4}} \frac{2}{x+1}$  ( $x \in (-1, 0) \cup (1, 2)$ )
25. Реши неједначину:  $\log_{2x}(x^2 + 1) < 1$  ( $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ )
26. Реши неједначину:  $\log_4 \frac{4-3x}{2-x} < -\frac{1}{2}$  ( $x \in \left(\frac{6}{5}, \frac{4}{3}\right)$ )
27. Реши једначину:  $\log_3 x - \log_9 x + \log_{81} x = \frac{3}{4}$  (3)
28. Реши једначину:  $\log_2(2^x + 2) = 3 - x$  (1)
29. Реши једначину:  $3^{\frac{2}{x}} - 12 \cdot 3^{\frac{1}{x}} + 27 = 0$  ( $x \in \left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$ )
30. Реши једначину:  $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24$ . (3)
31. Реши једначину:  $\frac{1}{2}5^x - \frac{3}{2}5^{\frac{x}{2}} = 2$  ( $x = \log_5 16$ )
32. Реши једначину:  $\frac{2^{2x-1} \cdot 4^{x+1}}{8^{x-1}} = 64$  (2)
33. Реши неједначину:  $4^{x-1} - 5 \cdot 2^{x-2} < 6$  ( $x < 3$ )
34. Реши неједначину:  $4^{\frac{1}{x-1}} - 2^{\frac{1}{x-2}} - 3 \leq 0$  ( $x \in (-\infty, 0) \cup \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ )
35. Реши једначину:  $2 \cos^2 x - 7 \cos x = 4$  ( $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ )
36. Реши једначину:  $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$  ( $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ )
37. Реши једначину:  $1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$  ако  $x \in [0, \pi)$ . ( $x \in \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}\right\}$ )
38. Реши једначину:  $\left(\frac{3}{2} + \cos x\right) \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}$  ( $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ )
39. Докажи:  $\frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$

40. Докажи:  $\frac{\sin^4 x + 2 \sin x \cos x - \cos^4 x}{\operatorname{tg} 2x - 1} = \cos 2x$
41. Одреди  $\sin x$  и  $\cos x$  ако је  $4 \cos x + 3 \sin x = 5$   $(\sin x = \frac{3}{5}, \cos x = \frac{4}{5})$
42. Реши једначину:  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 2$   $(x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z})$
43. Реши једначину:  $\sin 3x + \sin 2x + \sin x = 0$   $(x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z})$
44. Ако је  $\frac{9 \sin \alpha - 3 \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = 2$  одреди  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\alpha$ .  $(\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z})$
45. Ако су М и N редом средине кракова AD и BC трапеца ABCD, доказати да је  $\overrightarrow{2MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ .
46. Одреди параметар  $p \in \mathbb{R}$  тако да вектори  $\vec{a} = (p-2)\vec{i} + 3\vec{j} + (p-1)\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$  а) имају исти интензитет, б) буду колинеарни. (а)  $p \in \{0, 3\}$ , б)  $p = 3$
47. Израчунај дужине страница троугла ABC и дужину тежишне дужи која одговара најдужој страници, ако је:  $A(1, 0, 2), B(1, 6, 2), C(1, 3, -1)$ .  $(a = b = 3\sqrt{2}, c = 6, t_c = 3)$
48. Тачке А, В и С су три темена паралелограма који представља основу пирамиде са врхом у тачки Е. Одреди четврто теме основе и висину пирамиде, ако је  $A(4, 0, 1), B(2, 1, 1), C(0, 0, 1)$  и  $E(2, 3, 7)$ .  $(D(2, -1, 1), H = 6)$
49.  $A(3, 2, -1), B(-1, 2, 2), C(7, 0, 1)$  су редом узастопна темена паралелограма. Одреди координате четвртог темена D паралелограма, координате тачке S пресека његових дијагонала и дужину странице АВ.  $(D(11, 0, -2))$
50. Дате су тачке  $A(1, 2, -1), B(4, 5, -1)$  и  $C(4, -1, 8)$ . Одредити угао који образују вектори  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ , тежиште троугла ABC и површину троугла ABC.  $(\varphi = \frac{\pi}{2}, T(3, 2, 2), P = \frac{9\sqrt{22}}{2})$
51. Кроз тачку  $T(1, 1)$  постави праву  $p$  која са  $x$ -осом гради угао два пута већи од праве  $q: 3x - y + 1 = 0$ .  $(y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4})$
52. Права  $p$  кроз тачку  $A(2, 2)$  нормална је на праву  $y = 2x + 1$  и сече координатне осе у тачкама М и N. Одреди површину троугла OMN.  $(P = 9)$
53. Дати су вектори  $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$  и  $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$ , при чему је  $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$  и  $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$ . Израчунај површину паралелограма конструисаног над векторима  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . (2)
54. Дати су вектори  $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$  и  $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$ , при чему је  $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$  и  $\angle(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$ . Израчунај  $|\vec{a}|$  и испитај да ли су вектори  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  узајамно нормални.  $(|\vec{a}| = \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}, \text{ нису ортогонални})$
55. Одреди једначину тангенте круга  $x^2 + (y + 2)^2 = 4$  која је нормална на праву  $3x - 4y + 3 = 0$ , а пролази кроз први квадрант.  $(y = -\frac{4}{3}x + \frac{4}{3})$
56. Одреди параметар  $n$  тако да права  $y + x + n = 0$  представља тангенту елипсе  $2x^2 + 3y^2 = 30$ .  $(n = \pm 5)$
57. Под којим се углом види елипса  $x^2 + 3y^2 = 12$  из тачке  $T(0, 4)$ ?  $(\varphi = \frac{\pi}{2})$

58. Права  $2x - 3y + 4 = 0$  сече параболу  $y^2 = 4x$  у двама тачкама. Одреди једначине тангенти у тим тачкама.  $(t_1 : y = x + 1, t_2 : y = \frac{1}{2}x + 2)$
59. Дате су тачке  $A(3, 1)$  и  $B(5, 5)$ . Одреди координате тачке  $C$  у којој симетрала дужи  $AB$  сече  $y$ -осу, а затим написати једначину кружнице са центром у тачки  $C$  која пролази кроз тачке  $A$  и  $B$ .  $(C(0, 5), x^2 + (y - 5)^2 = 25)$
60. У једнакоккраком трапезу површине  $P = 32$  висина је  $h = 4$ , а разлика основица је 6. Одреди дужину дијагонале.  $(d = 4\sqrt{5})$
61. Нека су  $AB$  и  $CD$  основице трапеза  $ABCD$ , при чему је краћа основица  $CD = 8$ , крак  $AD = 9$  и нека је угао  $\angle CDA$  два пута већи од угла  $\angle ABC$ .
- а) Израчунај дужину основице  $AB$  трапеза  $ABCD$ .  $(AB = 17)$
- б) Уколико је у поменутом трапезу  $ABCD$  угао  $\angle ABC = 30^\circ$ , израчунај дужину крака  $BC$ .  $(BC = 9\sqrt{3})$
62. Полупречник круга уписаног у једнакоккраки троугао основице  $a = 12$  износи  $r = 3$ . Израчунати површину и обим троугла.  $(P = 48, O = 32)$
63. У једнакоккраком трапезу дужина краће основице и дужина крака су једнаке 5, а дужина висине трапеза је 4. Наћи површину трапеза.  $(P = 32)$
64. Око круга описан је једнакоккраки трапез чија средња линија има дужину 5. Израчунати крак и обим трапеза.  $(c = 5, O = 20)$
65. Странаца ромба је 5, а збир дијагонала 14. Израчунај површину ромба.  $(P = 24)$
66. Ако је површина круга уписаног у ромб једнака  $12\pi$ , а један угао ромба је  $60^\circ$ , израчунај дијагонале ромба.  $(d_1 = a = 8, d_2 = 8\sqrt{3})$
67. Кружнице  $k_1(S_1, 4)$  и  $k_2(S_2, 8)$  додирују се споља. Краци  $AC$  и  $BC$  једнакоккраког троугла  $ABC$  описаног око кружница  $k_1$  и  $k_2$  припадају заједничким спољашњим тангентама тих кружница. Крак  $BC$  додирује кружнице  $k_1$  и  $k_2$  редом у тачкама  $T_1$  и  $T_2$  и основица  $AB$  додирује кружницу  $k_2$  у тачки  $C_1$ . Израчунај површину троугла  $ABC$ .  $(256\sqrt{2})$
68. У сферу полупречника  $R$  уписана је коцка. Израчунај њену површину.  $(P = 8R^2)$
69. Наћи запремину косог ваљка чији је осни пресек ромб странице  $a = 2$  и угла  $\alpha = 60^\circ$ .  $(V = \pi\sqrt{3})$
70. Осни пресек купе је једнакостранични троугао. Одредити однос запремине купе и лопте описане око посматране купе.  $(V_1 : V_2 = 9 : 32)$
71. Основа праве призме је једнакоккраки трапез чији је крак  $c = 13$ , дужа основица  $a = 21$  и висина  $h = 12$ . Ако је површина призме  $P = 906$ , израчунај површину дијагоналног пресека.  $(P = 180)$
72. У лопту полупречника  $R = 1$  са центром у тачки  $O$  уписана је права пирамида чија је основа једнакостранични троугао  $ABC$ ,  $A$  висина  $H$ . Изразити запремину пирамиде као функцију њене висине  $H$ .  $(V = \frac{\sqrt{3}}{4}H^2(2 - H))$
73. У лопту полупречника  $R = 1$  уписана је права купа чија је висина  $x$ . Изрази запремину купе као функцију њене висине. За које  $x$  је запремина купе највећа?  $(V = \frac{\pi}{3}(2x^2 - x^3), x = \frac{4}{3})$
74. Збир другог и петог члана аритметичког низа је 8, а трећег и седмог је 14. Наћи тај низ.  $(a_1 = -1, d = 2)$
75. Три броја чине геометријску прогресију. Збир првог и трећег члана је 20, а збир сва три члана је 26. Одреди ову прогресију.  $(2, 6, 18 \text{ или } 18, 6, 2)$

76. Показати да бројеви  $\frac{1}{\log_3 2}, \frac{1}{\log_6 2}, \frac{1}{\log_{12} 2}$  образују аритметичку прогресију.
77. Одреди  $x$  тако да бројеви  $\frac{1}{\log_3 5}, \frac{1}{\log_6 5}, \frac{1}{\log_x 5}$  образују аритметичку прогресију. ( $x = 12$ )
78. Три броја чине аритметички низ. Ако се другом броју одузме 2, добија се геометријски низ чији је збир 28. Одреди задате бројеве. (4, 10, 16)
79. Пети члан аритметичког низа је 14, а разлика осмог и трећег члана је 15. Одреди први члан и разлику. Колико чланова овог низа треба сабрати да би збир био 26? ( $n = 4$ )
80. Нека су реални бројеви  $x$  и  $y$  такви да је  $3 < x < y < 18$ . Прва три броја су прва три члана геометријског низа, а последња три су прва три члана аритметичког низа. Који су то бројеви? ( $x = 6, y = 12$ )
81. Доказати да је  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}, n \in N$ .
82. Доказати да је  $\frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(6n-5)(6n+1)} = \frac{n}{6n+1}, n \in N$ .
83. Доказати да је  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+3}, n \in N_0$ .
84. Доказати да је број  $6^{2n} + 10 \cdot 3^n - 11$  дељив са 11 за свако  $n \in N$ .
85. Доказати да је број  $3^{2n+2} - 8n - 9$  дељив са 64 за свако  $n \in N$ .
86. На колико различитих начина се може распоредити 5 дечака и 5 девојчица у биоскопском реду од 10 столица тако да никада два дечака не седе један поред другог? ( $6 \cdot 5! \cdot 5!$ )
87. На колико различитих начина се из шпила карата може одабрати 8 карата тако да међу њима буде 2 краља, 3 даме, 2 седмице и 1 десетка?  $\binom{4}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1}$
88. Колико има четвороцифрених бројева који почињу са 2 а завршавају се са 7? (100)
89. Колико има троцифрених бројева који су дељиви са 5? ( $9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$ )
90. На колико различитих начина се могу распоредити 3 куглице у 2 кутије тако да је свака куглица у некој кутији и неке кутије могу бити и празне, ако се:
- а) куглице разликују и кутије разликују, (8)
- б) куглице не разликују и кутије разликују, (4)
- в) куглице разликују и кутије не разликују, (4)
- г) куглице не разликују и кутије не разликују? (2)
91. Дате су цифре 0, 3, 5, 6, 7 и 9.
- а) Колико троцифрених бројева можемо формирати од ових цифара уколико се цифре не могу понављати, а колико их је уколико се цифре могу понављати? (100)
- б) Колико троцифрених бројева мањих од 400 можемо формирати од ових цифара уколико се цифре не могу понављати? (20)
- в) Колико парних троцифрених бројева можемо формирати од ових цифара уколико се цифре могу понављати? (60)
92. Реши једначину у скупу природних бројева:  $12 \binom{x}{1} + \binom{x+4}{2} = 96$  (5)
93. Збир коефицијената првог, другог и трећег члана у развоју бинома  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$  једнак је 46. Наћи члан који не садржи  $x$ . ( $k = 6, T_7$ )

94. У развоју бинорма  $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{y}{\sqrt{x}}\right)^5$  наћи члан који не садржи  $x$ .  $(k = 2, T_3)$
95. Радник је уместо планираних 200 комада израдио 240. За колико процената је радник пребацио норму?  $(20\%)$
96. Једна роба је прво поскупела 15%, а затим 10%. Колико процената износи поскупљење исказано у односу на почетну цену?  $(26,5\%)$
97. Цене акција су скочиле за 30%, а затим пале за 20%. Да ли сада имају већу или мању вредност од првобитне и за колико процената?  $(4\% \text{ већу})$
98. Цена робе смањена је за 20%. Колико процената треба смањити новодобијену цену да би роба на крају била дупло јефтинија?  $(37,5\%)$
99. На једном градилишту број радника је повећан за трећину. За колико процената од предвиђеног времена ће посао бити раније завршен?  $(25\%)$
100. Одреди домен, ток и екстремне вредности функције :  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$   $(D = (0, \infty), T_{\max}(e^2, \frac{2}{e}))$
101. Одреди домен функције:  $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{3-x} + e^{\frac{1}{x}}$   $(D = [-1, 0) \cup (0, 3])$
102. Одреди домен функције:  $y = \frac{x^2 - 4 + \ln(2-x)}{1 + \sqrt{1+x^2}}$   $(D = (-\infty, 2))$
103. Одреди домен функције:  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(1-x)}$   $(D = [-1, 0) \cup (0, 1))$
104. Одреди домен функције  $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2+1}{x+3}}$   $(D = [-1, 2])$
105. Одреди граничну вредност функције:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$   $(\frac{3}{2})$
106. Одреди граничну вредност функције:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$   $(0)$
107. Одреди граничну вредност функције:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$   $(\frac{1}{2\sqrt{2}})$
108. Одреди граничну вредност функције:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$   $(\frac{2}{3})$
109. Одреди граничну вредност функције:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$   $(\frac{3}{2})$
110. Наћи први извод функције:  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$   $(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}})$
111. Наћи први извод функције:  $y = \ln \frac{x}{1 + \sqrt{1+x^2}}$   $(\frac{1}{x\sqrt{1+x^2}})$
112. Наћи први извод функције:  $y = \frac{x^2}{1-x^2}$   $(\frac{2x}{(1-x^2)^2})$
113. Наћи први извод функције:  $y = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$   $(\frac{-2}{x(1 + \ln x)^2})$
114. Наћи први извод функције:  $y = e^{x^2-x+2}$   $((2x-1)e^{x^2-x+2})$

115. Наћи минималне и максималне вредности функције:  $y = \frac{x}{x^2 + 2x + 4}$

$$(T_{\max}(2, \frac{1}{6}), T_{\min}(-2, -\frac{1}{2}))$$

116. Израчунај:  $\int \frac{x^3 - 2x + 4}{x} dx$ .  $(\frac{1}{3}x^3 - 2x + 4 \ln x + c)$

117. Израчунај:  $\int \sqrt{2x - 3} dx$ .  $(\frac{1}{3}\sqrt{(2x - 3)^3} + c)$

118. Израчунај:  $\int \frac{x + 3}{x^2 + 6x - 5} dx$   $(\frac{1}{2} \ln(x^2 + 6x - 5) + c)$

119. Израчунај:  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + 4x - x^2}}$ .  $(\arcsin \frac{x - 2}{\sqrt{5}} + c)$

120. Израчунај:  $\int \sin^5 x \cos x dx$ .  $(\frac{1}{6} \sin^6 x + c)$

121. Израчунај:  $\int x \ln x dx$ .  $(\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c)$

122. Израчунај:  $\int x^2 e^{-x} dx$ .  $(-(x^2 + 2x + 2)e^{-x} + c)$

123. Израчунај:  $\int_6^8 \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5} dx$   $(14 + 4 \ln 3)$

124. Одреди једначину тангенте и нормале функције  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5}$  у тачки  $A(7, y_0)$   
 $(t: y = 9, n: x = 7)$

125. Израчунај површину ограничену кривама:  $y = -x^2 - 2x + 3$  и  $y = 0$ .  $(\frac{32}{3})$

126. Израчунај вредност израза:  $\frac{z - \bar{z}}{1 + z\bar{z}}$  за  $z = 1 + i$ .  $(\frac{2i}{3})$

127. Одреди  $z$  за који је  $\operatorname{Re}\left(\frac{(2+i)z - 2 - 4i}{1+i}\right) = \operatorname{Im}\left(\frac{(2+i)z - 2 - 4i}{1+i}\right) = 1$   $(z = 2 + 2i)$

128. Наћи квадратни корен броја  $z = 3 - 4i$ .  $(\pm(2 - i))$

129. Одреди све вредности за  $\sqrt[3]{-8i}$ .  $(z_0 = \sqrt{3} - i, z_1 = 2i, z_2 = -\sqrt{3} - i)$

130. Нека је  $z = 1 - \sqrt{3}i$ . Одредити:  $|z|$ ,  $\arg z \in (-\pi, \pi]$  и  $\left(\frac{\bar{z}}{1+i}\right)^{2014}$ .  
 $(|z| = 2, \arg z = -\frac{\pi}{3}, 2^{1006}(\sqrt{3} - i))$